

LEHRBUCH  
DER  
ALGEBRA.

VON

HEINRICH WEBER,

ZUNÄCHST FÜR DIE VERWANDTEN THEORETISCHEN STUDIEN.

IN ZWEI BÄNDEN

ZWEITER BAND.

---

BRUNNEN SCHWELG,

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN

1896

1512  
N37  
V.2

---

Alle Rechte vorbehalten.

---

## VORWORT ZUM ZWEITEN BANDE.

**D**er in dem Vorworte zum ersten Bande angekündigten Absicht gemäss kann ich heute den zweiten Band meines Lehrbuches der Algebra der Öffentlichkeit übergeben. Der dort aufgestellte Plan ist in den wesentlichen Punkten durchgeführt. Bei den Anwendungen bin ich bemüht gewesen, solche Probleme auszuwählen, die bereits in anderen Gebieten, der Geometrie oder Functionentheorie, ein selbständiges Interesse gewonnen haben, und die zugleich die Hauptpunkte der algebraischen Theorie möglichst vielseitig zur Anschauung bringen.

Die Anwendung der Theorie der algebraischen Zahlen ist bis zur Theorie der Kreistheilungszahlen durchgeführt. Wenn Leben und Arbeitskraft verhallen, hoffe ich, in einer Fortsetzung meines Werkes die weiteren Anwendungen auf das Gebiet der elliptischen Functionen darzustellen, die nur zum Theil in meinem Buche „Elliptische Functionen und algebraische Zahlen“ enthalten sind.

Auch während der Ausarbeitung und des Druckes des zweiten Bandes hat mir die Hülfe und der Rath der Freunde zur Seite gestanden, die ich schon in der Vorrede zur ersten Auflage genannt habe. Aber auch manchen neuen Freund hat sich der erste Band bereits erworben, der meine Arbeit durch Winke und Rathschläge gefördert hat. Ihnen allen spreche ich an dieser Stelle meinen Dank aus, und füge die Bitte hinzu, dass sie dem Werke auch weiterhin ihr Interesse bewahren mögen.

Strassburg, im Juli 1896.

**Der Verfasser.**



# INHALT DES ZWEITEN BANDES.

## Erstes Buch.

### Gruppen.

#### Erster Abschnitt.

##### Allgemeine Gruppentheorie.

|  | Seite |
|--|-------|
| §. 1. Definition der Gruppen . . . . .                           | 3     |
| §. 2. Die Divisoren endlicher Gruppen . . . . .                  | 7     |
| §. 3. Normaltheiler einer Gruppe . . . . .                       | 10    |
| §. 4. Composition der Theile . . . . .                           | 12    |
| §. 5. Mehrstufiger Isomorphismus . . . . .                       | 15    |
| §. 6. Die Compositionsreihe und der Satz von C. Jordan . . . . . | 17    |
| §. 7. Weitere Sätze über die Compositionsreihen . . . . .        | 24    |
| §. 8. Metacyklische Gruppen . . . . .                            | 27    |

#### Zweiter Abschnitt.

##### Abel'sche Gruppen.

|   |    |
|---|----|
| §. 9. Darstellung Abel'scher Gruppen durch eine Basis . . . . .                 | 32 |
| §. 10. Die Invarianten der Abel'schen Gruppen . . . . .                         | 39 |
| §. 11. Gruppencharaktere . . . . .  | 43 |
| §. 12. Divisoren einer Abel'schen Gruppe. Reciproke Gruppen . . . . .           | 48 |
| §. 13. Die Geschlechter in einer Abel'schen Gruppe . . . . .                    | 52 |
| §. 14. Indices nach einer ungeraden Primzahlpotenz als Modul . . . . .          | 54 |
| §. 15. Indices für eine Potenz von 2 als Modul . . . . .                        | 58 |
| §. 16. Die Gruppen der Zahlclassen nach einem zusammengesetzten Modul . . . . . | 60 |

#### Dritter Abschnitt.

##### Die Gruppe der Kreistheilungskörper.

|  |    |
|--|----|
| §. 17. Die Resolventen der Kreistheilungstheorie . . . . .                   | 63 |
| §. 18. Kreistheilungskörper . . . . .  | 67 |
| §. 19. Primäre und nicht primäre Theiler der Gruppe $\mathfrak{N}$ . . . . . | 72 |
| §. 20. Die Kreistheilungsperioden . . . . .                                  | 74 |
| §. 21. Kreistheilungskörper mit gegebener Gruppe . . . . .                   | 79 |
| §. 22. Bestimmung der Gruppe $\mathfrak{N}$ . . . . .                        | 92 |

## Vierter Abschnitt.

**Cubische und biquadratische Abel'sche Körper.**

|   | Seite |
|---|-------|
| §. 23. Cubische Kreistheilungskörper . . . . .        | 94    |
| §. 24. Biquadratische Kreistheilungskörper . . . . .  | 101   |
| §. 25. Cubische Abel'sche Gleichungen . . . . .       | 107   |
| §. 26. Biquadratische Abel'sche Gleichungen . . . . . | 110   |

## Fünfter Abschnitt.

**Constitution der allgemeinen Gruppen.**

|  |     |
|--|-----|
| §. 27. Bildung von Gruppen nach Cayley . . . . .                                       | 114 |
| §. 28. Beziehung der allgemeinen Gruppen zu den Permutationsgruppen . . . . .          | 117 |
| §. 29. Der erste Sylow'sche Satz . . . . .   | 121 |
| §. 30. Der zweite Sylow'sche Satz . . . . .  | 125 |
| §. 31. Gruppen vom Grade $p^a$ . . . . .   | 127 |
| §. 32. Satz von Frobenius . . . . .  | 129 |
| §. 33. Gruppen vom Grade $p^a q$ . . . . .   | 134 |
| §. 34. Einfache Gruppen . . . . .  | 136 |
| §. 35. Gruppen vom Grade $p q$ . . . . .   | 140 |
| §. 36. Grenzen des Index eines Theilers der symmetrischen Permutationsgruppe . . . . . | 143 |

## Zweites Buch.

**Lineare Gruppen.**

## Sechster Abschnitt.

**Gruppen linearer Substitutionen.**

|  |     |
|--|-----|
| §. 37. Lineare Substitutionen und ihre Zusammensetzung . . . . .                                 | 151 |
| §. 38. Substitution der Verhältnisse . . . . .   | 158 |
| §. 39. Permutationen als lineare Substitutionen . . . . .  | 159 |
| §. 40. Die Invarianten von endlichen Gruppen linearer Substitutionen                             | 161 |
| §. 41. Der Satz von Hilbert . . . . .  | 165 |
| §. 42. Endlichkeit des Invariantensystems einer endlichen linearen Substitutionsgruppe . . . . . | 168 |
| §. 43. Das Formenproblem . . . . .   | 171 |
| §. 44. Klein's Erweiterung des algebraischen Grundproblems . . . . .                             | 176 |
| §. 45. Einfluss relativer Invarianten . . . . .  | 177 |
| §. 46. Der erweiterte Invariantenbegriff . . . . .   | 179 |
| §. 47. Normalformen . . . . .  | 181 |

## Siebenter Abschnitt.

**Gruppen binärer linearer Substitutionen.**

|   |     |
|---|-----|
| §. 48. Ternäre orthogonale Substitutionen . . . . . | 184 |
| §. 49. Lineare gebrochene Substitutionen . . . . .  | 189 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| § 53 | Die Invarianten der Gruppen  | 107 |
| § 54 | Die Invarianten der Gruppen, welche durch lineare Substitutionen entstehen | 110 |
| § 55 | Die Invarianten der Gruppen, welche durch lineare Substitutionen entstehen | 110 |
| § 56 | Die Invarianten der Gruppen, welche durch lineare Substitutionen entstehen | 110 |
| § 57 | Die Invarianten der Gruppen, welche durch lineare Substitutionen entstehen | 110 |
| § 58 | Die Invarianten der Gruppen, welche durch lineare Substitutionen entstehen | 110 |
| § 59 | Die Invarianten der Gruppen, welche durch lineare Substitutionen entstehen | 110 |
| § 60 | Die Invarianten der Gruppen, welche durch lineare Substitutionen entstehen | 110 |
| § 61 | Die Invarianten der Gruppen, welche durch lineare Substitutionen entstehen | 110 |
| § 62 | Die Invarianten der Gruppen, welche durch lineare Substitutionen entstehen | 110 |

## Vierter Abschnitt

### Die Polyedergruppen.

|      |                     |     |
|------|---------------------|-----|
| § 63 | Die Polyedergruppen | 117 |
| § 64 | Die Polyedergruppen | 117 |
| § 65 | Die Polyedergruppen | 117 |
| § 66 | Die Polyedergruppen | 117 |
| § 67 | Die Polyedergruppen | 117 |
| § 68 | Die Polyedergruppen | 117 |
| § 69 | Die Polyedergruppen | 117 |
| § 70 | Die Polyedergruppen | 117 |
| § 71 | Die Polyedergruppen | 117 |
| § 72 | Die Polyedergruppen | 117 |

## Fünfter Abschnitt

### Congruenzgruppen.

|      |                  |     |
|------|------------------|-----|
| § 73 | Congruenzgruppen | 121 |
| § 74 | Congruenzgruppen | 121 |
| § 75 | Congruenzgruppen | 121 |
| § 76 | Congruenzgruppen | 121 |
| § 77 | Congruenzgruppen | 121 |
| § 78 | Congruenzgruppen | 121 |
| § 79 | Congruenzgruppen | 121 |
| § 80 | Congruenzgruppen | 121 |
| § 81 | Congruenzgruppen | 121 |
| § 82 | Congruenzgruppen | 121 |

## Drittes Buch

### Anwendungen der Gruppentheorie.

#### Zehnter Abschnitt

#### Allgemeine Theorie der metacyklischen Gleichungen.

|      |   |     |
|------|---|-----|
| § 83 | Die Elemente der metacyklischen Gleichungen | 125 |
| § 84 | Die Elemente der metacyklischen Gleichungen | 125 |
| § 85 | Die Elemente der metacyklischen Gleichungen | 125 |
| § 86 | Die Elemente der metacyklischen Gleichungen | 125 |
| § 87 | Die Elemente der metacyklischen Gleichungen | 125 |
| § 88 | Die Elemente der metacyklischen Gleichungen | 125 |
| § 89 | Die Elemente der metacyklischen Gleichungen | 125 |
| § 90 | Die Elemente der metacyklischen Gleichungen | 125 |
| § 91 | Die Elemente der metacyklischen Gleichungen | 125 |
| § 92 | Die Elemente der metacyklischen Gleichungen | 125 |